



# Numerische Mathematik: Hausaufgabe 4

## Aufgabe 1

1

Folgende Überlegungen mussten getroffen werden, um die Berechnung für eine beliebige Anzahl an Wertepaaren zu automatisieren

A-Maske					
	$X^0$	$X^1$	$X^2$	$X^3$	$X^4$
1	$A_0$				
2	$-A_1$	$A_1$			
3	$A_2$	$-A_2$	$A_2$		
4	$-A_3$	$A_3$	$-A_3$	$A_3$	
5	$A_4$	$-A_4$	$A_4$	$-A_4$	$A_4$

X-Maske					
	1	2	3	4	5
1	1				
2	$x_0$	1			
3	$x_0 \cdot x_1$	$+x_0$ $+x_1$	1		
4	$x_0 \cdot x_1 \cdot x_2$	$+ [x_0 \cdot x_1]$ $+ [x_1 \cdot x_2]$ $+ [x_2 \cdot x_0]$	$+x_0$ $+x_1$ $+x_2$	1	
5	$x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$	$+ [x_0 \cdot x_1 \cdot x_2]$ $+ [x_1 \cdot x_2 \cdot x_3]$ $+ [x_2 \cdot x_3 \cdot x_0]$ $+ [x_3 \cdot x_0 \cdot x_1]$	$+ [x_0 \cdot x_1]$ $+ [x_1 \cdot x_2]$ $+ [x_2 \cdot x_3]$ $+ [x_3 \cdot x_0]$ $+ [x_2 \cdot x_0]$ $+ [x_1 \cdot x_3]$	$+x_0$ $+x_1$ $+x_2$ $+x_3$	1

Maske: Summanden					
	1	2	3	4	5
1	0				
2	1	0			
3	1	2	0		
4	1	3	3	0	
5	1	4	6	4	0

Maske: Faktoren					
	1	2	3	4	5
1	0				
2	1	0			
3	2	1	0		
4	3	2	1	0	
5	4	3	2	1	0



	Indizierungsmatrizen = f(Diagonale, Element)			
	Diagonale = 1	Diagonale = 2	Diagonale = 3	Diagonale = 4
Xmax = 0 + Diagonale - 1	$+x_0$	$+x_0 \cdot x_1$	$+x_0 \cdot x_1 \cdot x_2$	$+x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
Xmax = 1 + Diagonale - 1	$+x_0$ $+x_1$	$+x_0 \cdot x_1$ $+x_1 \cdot x_2$ $+x_2 \cdot x_0$	$+x_0 \cdot x_1 \cdot x_2$ $+x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ $+x_2 \cdot x_3 \cdot x_0$ $+x_3 \cdot x_0 \cdot x_1$	
Xmax = 2 + Diagonale - 1	$+x_0$ $+x_1$ $+x_2$	$+x_0 \cdot x_1$ $+x_1 \cdot x_2$ $+x_2 \cdot x_3$ $+x_3 \cdot x_0$ $+x_2 \cdot x_0$ $+x_1 \cdot x_3$		
Xmax = 3 + Diagonale - 1	$+x_0$ $+x_1$ $+x_2$ $+x_3$			

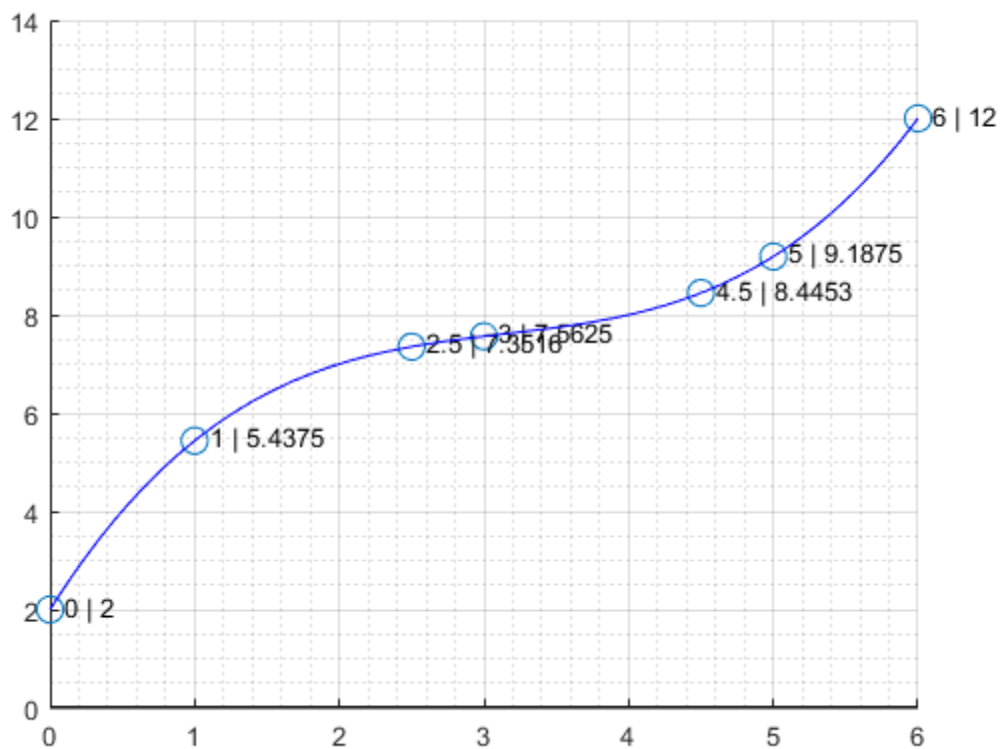
Quelltext siehe *G08\_H4\_Aufgabe\_1\_1.pdf*

Schema der Dividierenden Differenzen:

$X_i$	$F_i$	$F[X_i, X_{i+1}]$	$F[X_i, X_{i+1}, X_{i+2}]$	$F[X_i, X_{i+1}, X_{i+2}, X_{i+3}]$	$F[X_i, X_{i+1}, X_{i+2}, X_{i+3}, X_{i+4}]$	$F[X_i, X_{i+1}, X_{i+2}, X_{i+3}, X_{i+4}, X_{i+5}]$	$F[X_i, X_{i+1}, X_{i+2}, X_{i+3}, X_{i+4}, X_{i+5}, X_{i+6}]$
0	2						
		3.437500000000000000000000					
1	5.4375		-0.86457333333333319000				
		1.27606666666666669000		0.14581333333333313000			
2.5	7.3516		-0.4271333333333381000		0.00000973544973553730		
		0.42179999999999929000		0.14585714285714305000		-0.00000347089947091844	
3	7.5625		0.08336666666666686700		-0.00000761904761905491		0.00000079012345678823
		0.58853333333333302000		0.14582666666666683000		0.00000126984126981093	
4.5	8.4453		0.4479333333333391000		-0.00000126984127000026		
		1.48440000000000008000		0.1458222222222183000			
5	9.1875		0.8853999999999941000				
		2.8125000000000000000000					

Ableitung der Interpolationsformel

$P(x) =$	$A_0$	$A_1 \cdot (x - X_0)$	$A_2 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1)$	$A_3 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2)$	$A_4 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3)$	$A_5 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3) \cdot (x - X_4)$	$A_6 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3) \cdot (x - X_4) \cdot (x - X_5)$
$P(x) =$	$A_1 \cdot [1]$	<missing>	<missing>	<missing>	<missing>	<missing>	<missing>
<mi...>	$-A_2 \cdot (x - X_0)$	$A_2 \cdot [1]$	<missing>	<missing>	<missing>	<missing>	<missing>
<mi...>	$A_3 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1)$	$-A_3 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1)$	$A_3 \cdot [1]$	<missing>	<missing>	<missing>	<missing>
<mi...>	$-A_4 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2)$	$A_4 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2)$	$-A_4 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2)$	$A_4 \cdot [1]$	<missing>	<missing>	<missing>
<mi...>	$A_5 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3)$	$-A_5 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3)$	$A_5 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3)$	$-A_5 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3)$	$A_5 \cdot [1]$	<missing>	<missing>
<mi...>	$-A_6 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3) \cdot (x - X_4)$	$A_6 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3) \cdot (x - X_4)$	$-A_6 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3) \cdot (x - X_4)$	$A_6 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3) \cdot (x - X_4)$	$-A_6 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3) \cdot (x - X_4)$	$A_6 \cdot [1]$	<missing>
<mi...>	$A_7 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3) \cdot (x - X_4) \cdot (x - X_5)$	$-A_7 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3) \cdot (x - X_4) \cdot (x - X_5)$	$A_7 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3) \cdot (x - X_4) \cdot (x - X_5)$	$-A_7 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3) \cdot (x - X_4) \cdot (x - X_5)$	$A_7 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3) \cdot (x - X_4) \cdot (x - X_5)$	$-A_7 \cdot (x - X_0) \cdot (x - X_1) \cdot (x - X_2) \cdot (x - X_3) \cdot (x - X_4) \cdot (x - X_5)$	$A_7 \cdot [1]$
$P(x) =$	2	3.437500000000000000000000	-0.86457333333333319000	0.14581333333333313000	0.00000973544973553730	-0.00000347089947091844	0.00000079012345678823
$P(x) =$	2	0	0	0	0	0	0
<mi...>	0	3.4375	0	0	0	0	0
<mi...>	0	0.86457	-0.86457	0	0	0	0
<mi...>	0	0.36453	-0.51035	0.14581	0	0	0
<mi...>	0	-7.3016e-05	0.00012656	-6.328e-05	9.7354e-06	0	0
<mi...>	0	-0.00011714	0.00022908	-0.00014665	3.818e-05	-3.4709e-06	0
<mi...>	0	-0.00013333	0.00028741	-0.00021906	7.684e-05	-1.2642e-05	7.9012e-07
$P(x) =$	$2.000000000000000000000000 \cdot x^0$	$4.6662831746031737000000 \cdot x^1$	$-1.3742769523809499000000 \cdot x^2$	$0.1453843456790112900000 \cdot x^3$	$0.00012475485008829552 \cdot x^4$	$-0.00001611287477953012 \cdot x^5$	$0.00000079012345678823 \cdot x^6$

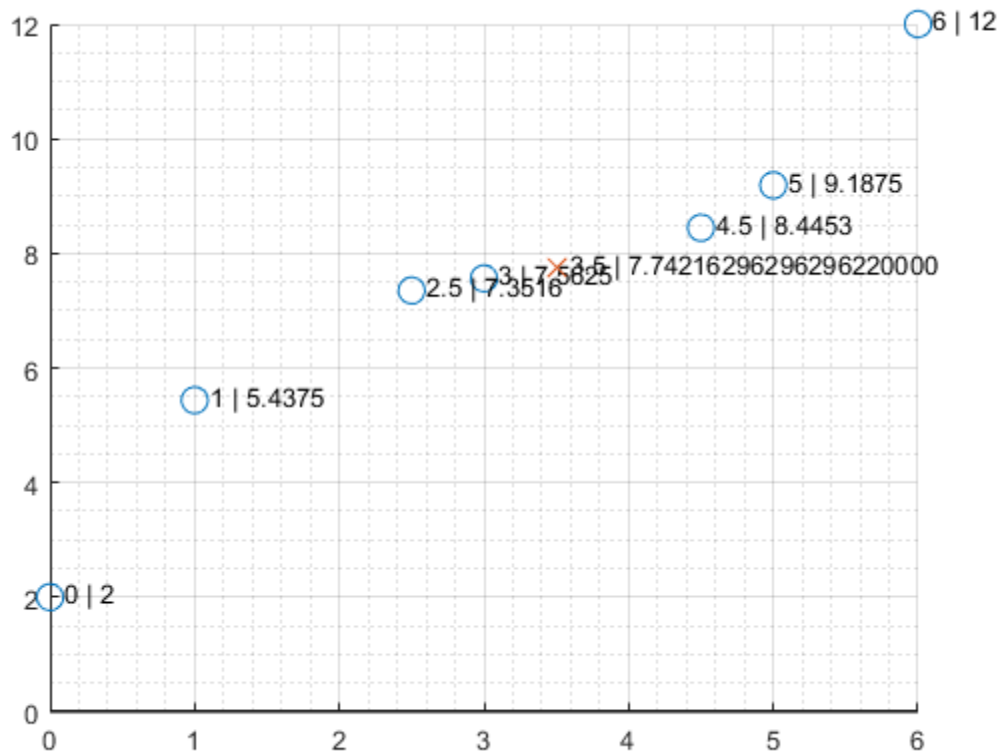


$$P_{(x)} \approx \frac{7,9}{10^7} x^6 + \frac{1,6}{10^5} x^5 + \frac{1,25}{10^4} x^4 + \frac{1,45}{10^1} x^3 - \frac{1,375}{10^0} x^2 + \frac{4,6663}{10^0} x^1 + 2$$



$X_i$	$F_i = P_{i0}(3.5)$	$P_{i1}(3.5)$	$P_{i2}(3.5)$	$P_{i3}(3.5)$	$P_{i4}(3.5)$	$P_{i5}(3.5)$	$P_{i6}(3.5)$
$X_0$	$P_{00}(3.5)$	$P_{10}(3.5) + (X_1 - X_0) \cdot (P_{00}(3.5) - P_{10}(3.5))$					
$X_1$	$P_{10}(3.5)$	$P_{11}(3.5) + (X_2 - X_1) \cdot (P_{10}(3.5) - P_{11}(3.5))$					
$X_2$	$P_{20}(3.5)$	$P_{21}(3.5) + (X_3 - X_2) \cdot (P_{20}(3.5) - P_{21}(3.5))$					
$X_3$	$P_{30}(3.5)$	$P_{31}(3.5) + (X_4 - X_3) \cdot (P_{30}(3.5) - P_{31}(3.5))$					
$X_4$	$P_{40}(3.5)$	$P_{41}(3.5) + (X_5 - X_4) \cdot (P_{40}(3.5) - P_{41}(3.5))$					
$X_5$	$P_{50}(3.5)$	$P_{51}(3.5) + (X_6 - X_5) \cdot (P_{50}(3.5) - P_{51}(3.5))$					
$X_6$	$P_{60}(3.5)$						

$X_i$	$F_i = P_{i0}(3.5)$	$P_{i1}(3.5)$	$P_{i2}(3.5)$	$P_{i3}(3.5)$	$P_{i4}(3.5)$	$P_{i5}(3.5)$	$P_{i6}(3.5)$
0	2						
1	5.4375	14.0312500000000000000000	6.4662333333333333330000				
2.5	7.3516	8.62766666666666640000	7.559833333333333270000	7.742099999999999890000	7.74214259259259220000		
3	7.5625	7.773399999999999960000	7.815083333333333290000	7.74215476190476170000	7.74215777777777790000	7.74216296296296220000	
4.5	8.4453	7.85676666666666620000	7.632799999999999960000	7.7421666666666660000	7.7421666666666660000		
5	9.1875	6.960899999999999880000	8.288999999999999790000				
6	12	4.9687500000000000000000					



Punkt bei  $x = 3,5 \approx 7,74216$

## Aufgabe 2

1

Quelltext siehe *G08\_H4\_Aufgabe\_2\_1.pdf*

Schema der Dividierenden Differenzen:

$X_i$	$F_i$	$F[X_i, X_{i+1}]$	$F[X_i, X_{i+1}, X_{i+2}]$	$F[X_i, X_{i+1}, X_{i+2}, X_{i+3}]$	$F[X_i, X_{i+1}, X_{i+2}, X_{i+3}, X_{i+4}]$	$F[X_i, X_{i+1}, X_{i+2}, X_{i+3}, X_{i+4}, X_{i+5}]$	$F[X_i, X_{i+1}, X_{i+2}, X_{i+3}, X_{i+4}, X_{i+5}, X_{i+6}]$
0	1	1.00000000000000000000					
1	2	-2.00000000000000000000	-1.50000000000000000000	1.00000000000000000000			
2	0	1.00000000000000000000	1.50000000000000000000	-1.00000000000000000000	-0.50000000000000000000		
3	1	-2.00000000000000000000	-1.50000000000000000000	1.33333333333333330000	0.58333333333333326000	0.2166666666666665000	-0.0791666666666666300
4	-1	3.00000000000000000000	2.50000000000000000000	-1.50000000000000000000	-0.70833333333333326000	-0.25833333333333330000	
5	2	-1.00000000000000000000	-2.00000000000000000000				
6	1						

Ableitung der Interpolationsformel



	Gruppe 8
Hendrik Brandt	70474936
Daniel Kuschel	70451470
Mohammed Almassri	70452593
Alexander König	70012769

A graph of a function  $f(x)$  on the interval  $[0, 6]$ . The function is a blue curve with seven marked points:  $(0, 1)$ ,  $(1, 2)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(3, 1)$ ,  $(4, -1)$ ,  $(5, 2)$ , and  $(6, 1)$ . Each point is labeled with its index  $i$  and value  $f(i)$  as  $i \mid f(i)$ . The x-axis ranges from 0 to 6, and the y-axis ranges from -2 to 6.

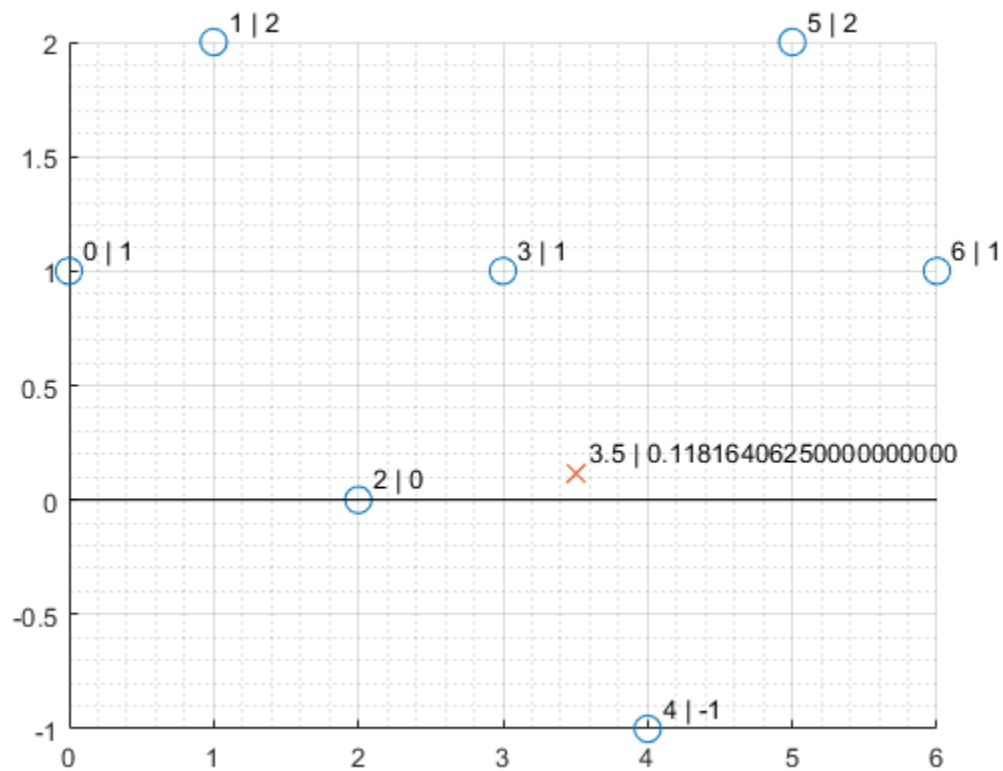
$$P_{(x)} \approx -\frac{7,9}{10^2}x^6 + \frac{1,4}{10^0}x^5 - \frac{9,4}{10^0}x^4 + \frac{29,4}{10^0}x^3 - \frac{42,5}{10^0}x^2 + \frac{22,2}{10^0}x^1 + 1$$

Berechnungsschema und Werte:



$X_i$	$F_i = P0(3.5)$	$P1(3.5)$	$P2(3.5)$	$P3(3.5)$	$P4(3.5)$	$P5(3.5)$	$P6(3.5)$
$X_0$	$P00(3.5)$	$P10(3.5) - (X1-X)/(X1-X0) * (P00(3.5)-P10(3.5))$					
$X_1$	$P10(3.5)$	$P11(3.5) - (X2-X)/(X2-X1) * (P10(3.5)-P11(3.5))$	$P11(3.5) + (X2-X)/(X2-X0) * (P01(3.5)-P11(3.5))$				
$X_2$	$P20(3.5)$	$P21(3.5) - (X3-X)/(X3-X2) * (P20(3.5)-P21(3.5))$	$P21(3.5) + (X3-X)/(X3-X1) * (P11(3.5)-P21(3.5))$	$P12(3.5) + (X3-X)/(X3-X0) * (P02(3.5)-P12(3.5))$	$P13(3.5) + (X4-X)/(X4-X0) * (P03(3.5)-P13(3.5))$		
$X_3$	$P30(3.5)$	$P31(3.5) - (X4-X)/(X4-X3) * (P30(3.5)-P31(3.5))$	$P31(3.5) + (X4-X)/(X4-X2) * (P21(3.5)-P31(3.5))$	$P22(3.5) + (X4-X)/(X4-X1) * (P12(3.5)-P22(3.5))$	$P23(3.5) + (X5-X)/(X5-X1) * (P13(3.5)-P23(3.5))$	$P14(3.5) + (X5-X)/(X5-X0) * (P04(3.5)-P14(3.5))$	$P15(3.5) - P15(3.5)$
$X_4$	$P40(3.5)$	$P41(3.5) - (X5-X)/(X5-X4) * (P40(3.5)-P41(3.5))$	$P41(3.5) + (X5-X)/(X5-X3) * (P31(3.5)-P41(3.5))$	$P32(3.5) + (X5-X)/(X5-X2) * (P22(3.5)-P32(3.5))$	$P33(3.5) + (X6-X)/(X6-X2) * (P23(3.5)-P33(3.5))$	$P24(3.5) + (X6-X)/(X6-X1) * (P14(3.5)-P24(3.5))$	
$X_5$	$P50(3.5)$	$P51(3.5) - (X6-X)/(X6-X5) * (P50(3.5)-P51(3.5))$	$P51(3.5) + (X6-X)/(X6-X4) * (P41(3.5)-P51(3.5))$	$P42(3.5) + (X6-X)/(X6-X3) * (P32(3.5)-P42(3.5))$			
$X_6$	$P60(3.5)$						

$X_i$	$F_i = P0(3.5)$	$P1(3.5)$	$P2(3.5)$	$P3(3.5)$	$P4(3.5)$	$P5(3.5)$	$P6(3.5)$
0	1						
1	2	4.500000000000000000000000	-8.625000000000000000000000				
2	0	-3.000000000000000000000000	2.625000000000000000000000	4.500000000000000000000000	1.218750000000000000000000	0.507812500000000000000000	0.118164062500000000000000
3	1	1.500000000000000000000000	0.375000000000000000000000	0.750000000000000000000000	0.203125000000000000000000	-0.160156250000000000000000	
4	-1	0.000000000000000000000000	-0.625000000000000000000000	-0.125000000000000000000000	-0.523437500000000000000000		
5	2	-2.500000000000000000000000	-4.000000000000000000000000	-1.187500000000000000000000			
6	1	3.500000000000000000000000					



Punkt bei  $x = 3,5 \approx 0,118164$





## Aufgabe 3

Quelltext siehe *G08\_H4\_Aufgabe\_3.pdf*

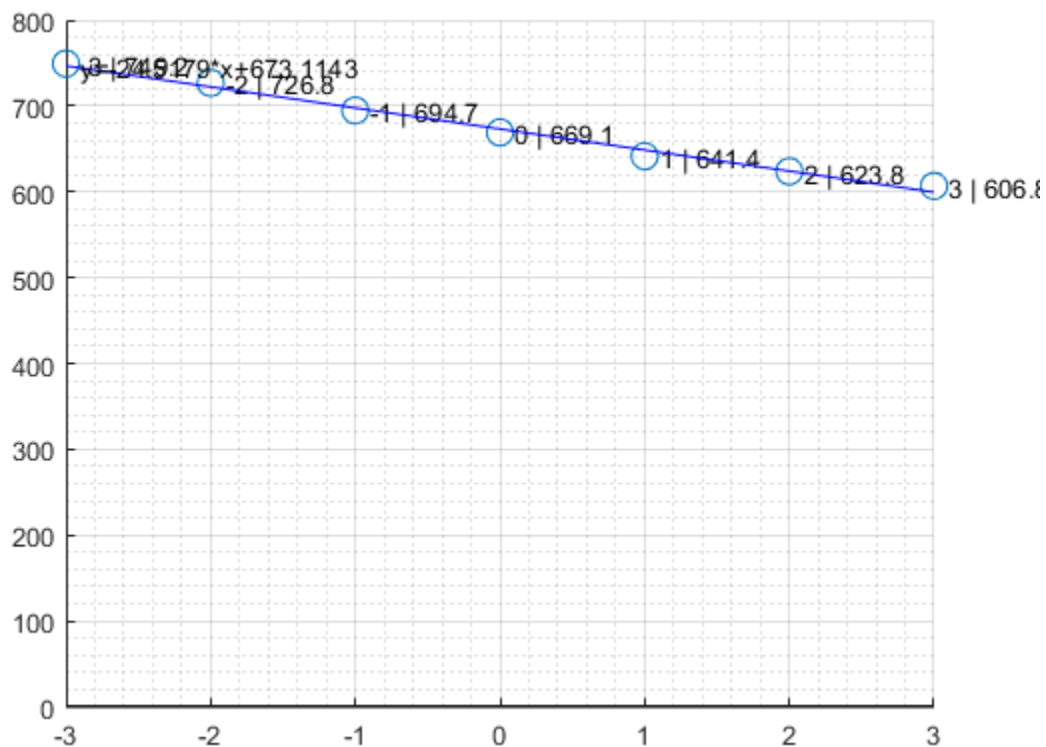
```
Editor - C:\Users\koenigal.DIKAM\Desktop\HA4\HA4 Aufgabe 3\G08_H4_Aufgabe_3.m
G08_H4_Aufgabe_2_2.m  G08_H4_Aufgabe_3.m  +

1 - clear();
2 - cloc();
3 - close all;                                %Plots schließen
4
5 %KONFIGURATION-----
6 - aWERTETABELLE(1,:) = ["X1", -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3];
7 - aWERTETABELLE(2,:) = ["Y1", 749.2, 726.8, 694.7, 669.1, 641.4, 623.8, 606.8];
8 - F1 = @(x) x;                                %Ansatzfunktionen
9 - F2 = @(x) 1;                                %Ansatzfunktionen
10 - sKommastellenDouble = '%.8f';               %Nachkommastellen, die in einer Berechnung
11 - lambda(1) = "Lambda1";
12 - lambda(2) = "Lambda2";

Workspace
Name Value
F 2x4 string
aX 2x3 string
aWERTETABELLE 2x8 string
aLGS1 7x4 string
aLGS 2x4 string
aAUFLÖSUNG 2x4 string
aATY [-686.5000;4.7118e+03]
aATA [28 0;0 7]
aAT 2x7 double
aA 7x2 double

Command Window
"Lambda1" "" "-24.51785714"
"Lambda2" "" "673.11428571"

"f(x) =" "a" "**x" "+b"
"f(x) =" "-24.5179" "**x" "673.1143"
```



$$f(x) \approx -24,5179x + 673,1143$$

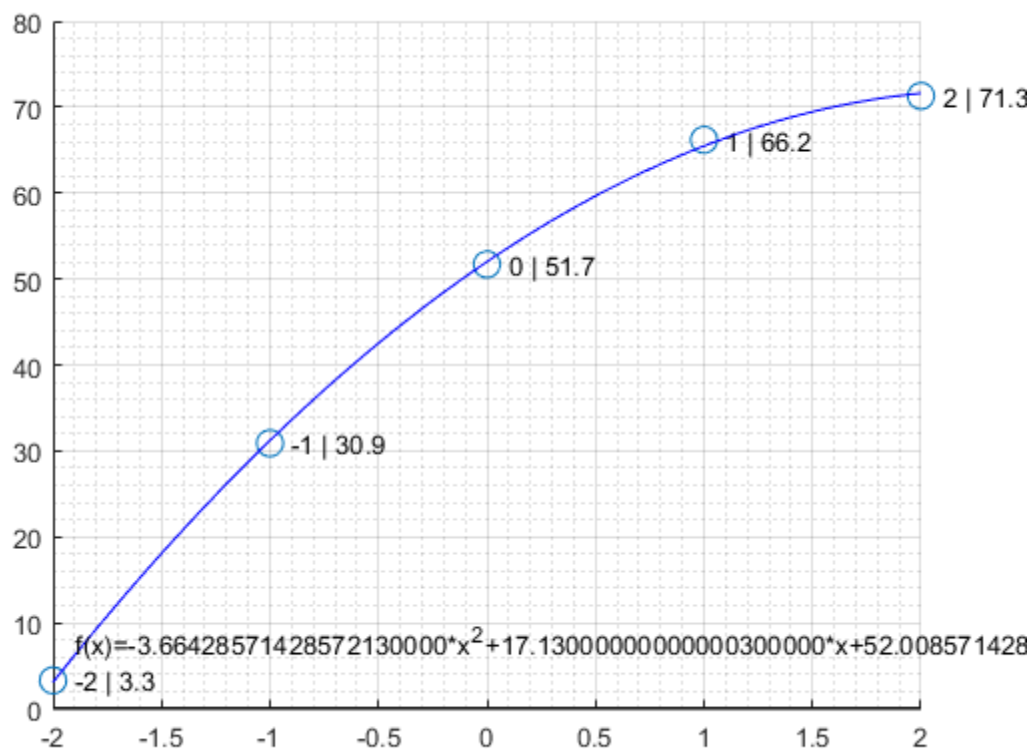


## Aufgabe 4

Quelltext siehe *G08\_H4\_Aufgabe\_4.pdf*

```
Editor - C:\Users\koenigal.DIKAM\Desktop\HA4\HA4 Aufgabe 4\G08_H4_Aufgabe_4.m
G08_H4_Aufgabe_2.m  G08_H4_Aufgabe_3.m  G08_H4_Aufgabe_4.m  +
1  clear();
2  clc();
3  close all;                                %Plots schließen
4
5  %KONFIGURATION-----
6  aWERTETABELLE(1,:) = ["Xi", -2, -1, 0, 1, 2];
7  aWERTETABELLE(2,:) = ["Yi", 3.3, 30.9, 51.7, 66.2, 71.3];
8  F(1) = (@(x) x.^2);                       %Ansatzfunktionen (Cell array notwendig)
9  F(2) = (@(x) x);                          %Ansatzfunktionen (Cell array notwendig)
10 F(3) = (@(x) 1);                          %Ansatzfunktionen (Cell array notwendig)
11 sKommastellenDouble = '%.20f';            %Nachkommastellen, die in einer Berechnung
12 lambda = "Lambda";
13
14 %PRUEFUNG-----
15 iANZAHL_WERTE = size(aWERTETABELLE,2)-1;
16 iANZAHL_ANSATZFUNKTIONEN=size(F,2);
17 if(iANZAHL_ANSATZFUNKTIONEN > iANZAHL_WERTE)
18     fprintf("Scotty, wir haben ein Problem!\n");
19     fprintf("Es gibt weniger Wertepaare als Ansatzgleichungen !\n");
20     return;
21
```

Name	Value
Y	1x101 double
X	1x101 double
FORMEL	2x7 string
aWERTETABELLE	2x6 string
aLGS1	5x5 string
aLGS	3x5 string
aLAMBDA	3x3 string
aAUFLÖSUNG	3x5 string
aATY	[395.5000;171.3000;223.4000]
aATA	[34 0 10;0 10 0;10 0 5]
aAT	3x5 double
aA	5x3 double



$$f(x) \approx -3,664x^2 - 17,13x + 52,009$$

